Serway, Jewett

Principi di Fisica

IV Ed.

Capitolo 8

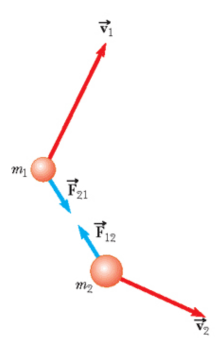


FIGURA 8.1 Due particelle interagiscono l'una con l'altra. Secondo la terza legge di Newton, dobbiamo avere $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Esempio arciere su una superficie ghiacciata che scocca la freccia: l'arciere (60 kg) esercita una forza sulla freccia 0.5 kg (che parte in avanti con una velocità di 50 m/s), la freccia esercita per il principio di azione e reazione una forza sull'arciere (che infatti viene spinto indietro). Però non possiamo determinare la velocità dell'arciere. Occorre introdurre una nuova quantità che descrive il moto.

Generalizziamo, considerando due particelle interagenti. Deve valere:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = 0$$

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Se le masse m1 e m2 sono costanti le portiamo dentro la derivata:

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} + \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = 0$$

Ovvero:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) = 0$$

Se la derivata rispetto al tempo è nulla, la grandezza è costante:

$$(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)$$

È costante.

L'unica ipotesi fatta è che il sistema sia isolato, e che le due particelle interagiscano solo tra di loro

Definiamo quantità di moto di una particella di massa m e velocità v, la quantità:

$$\vec{p} \equiv m\vec{v}$$

Unità di misura kgm/s.

Equivalente a tre equazioni vettoriali

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z$$

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Espressione della seconda legge di Newton tramite la quantità di moto:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Valida per massa costante. Possono esserci sistemi in cui la massa non rimane costante. In tal caso:

Una formulazione più generale viene espressa tramite il momento:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Se la massa è costante equivale alla seconda legge di Newton:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Inoltre se la forza risultante è nulla, allora p è costante, cioè m**v** è costante, cioè **v**=costante (quindi ritroviamo il principio di inerzia).

EdiSES

Quantità di moto nei sistemi isolati:

Nel caso delle 2 particelle interagenti avevamo visto:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2) = 0$$

Che possiamo scrivere

$$\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2) = 0$$

Se definiamo la quantità di moto del sistema come la somma delle quantità di moto delle singole particelle, otteniamo che la quantità di moto del sistema rimane costante.

$$\vec{\mathbf{p}}_{\text{tot}} = \text{costante}$$

Principio di Conservazione della quantità di moto.

$$\vec{\mathbf{p}}_{1i} + \vec{\mathbf{p}}_{2i} = \vec{\mathbf{p}}_{1f} + \vec{\mathbf{p}}_{2f}$$

Equivalente a 3 equazioni scalari. Le componenti della quantità di moto si conservano indipendentemente.

Si può dimostrare che la conservazione della quantità di moto vale per un sistema di n particelle.

$$\sum_{\text{sistema}} p_{ix} = \sum_{\text{sistema}} p_{fx} \qquad \sum_{\text{sistema}} p_{iy} = \sum_{\text{sistema}} p_{fy} \qquad \sum_{\text{sistema}} p_{iz} = \sum_{\text{sistema}} p_{fz}$$

EdiSES

IMPORTANTE: nessuna ipotesi sulla natura delle forze, solo che siano forze interne al sistema.

(Esempio 8.2) Un arciere lancia una freccia orizzontalmente. Poiché sta senza attrito su del ghiaccio, comincia a scivolare sul ghiaccio.

Riprendiamo il caso dell'arciere. Il sistema arciere freccia è un sistema isolato (sono soggetti alla forza di gravità, ma questa agisce verticalmente, mentre il moto è orizzontale). Quindi possiamo applicare la conservazione della quantità di moto nella direzione orizzontale.

Nella condizione iniziale sia arciere che freccia sono fermi per cui la quantità di moto del sistema è nulla. Quindi anche la quantità di moto finale deve essere nulla.

$$m_1\vec{\mathbf{v}}_{1f} + m_2\vec{\mathbf{v}}_{2f} = 0$$

Relativamente alla direzione x. Prendiamo come direzione positiva la direzione della freccia.

Dati: massa freccia 0.5 kg, Velocità freccia $50\hat{\mathbf{i}}$ m/s, massa arciere 60 kg.

$$\vec{\mathbf{v}}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}\vec{\mathbf{v}}_{2f} = -\left(\frac{0.50\text{ kg}}{60\text{ kg}}\right)(50\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}) \quad = -0.42\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}$$

EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

IMPULSO E QUANTITA' DI MOTO

Abbiamo visto l'espressione della legge di Newton in termini di quantità di moto. Se una forza risultante agisce su una particella possiamo scrivere:

$$d\vec{\mathbf{p}} = \sum \vec{\mathbf{F}}\, dt$$

Se integriamo questa espressione tra istante iniziale e finale:

$$\Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, dt$$

L'integrale della forza rispetto al tempo su cui agisce si chiama impulso. Vale anche per un sistema di particelle.

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, dt$$

Teorema dell'impulso (equivalente alla 2° legge di Newton).

$$\vec{\mathbf{I}} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}_{est}\, dt = \Delta\vec{\mathbf{p}}_{tot}$$

Questa trattazione è utile quando le forze dipendono dal tempo. Se la forza risultante fosse costante, questa relazione sarebbe semplicemente la 2° legge di Newton.

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{media} \equiv \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{\mathbf{F}}\, dt \qquad \vec{\mathbf{I}} = \sum \vec{\mathbf{F}}_{media}\, \Delta t$$

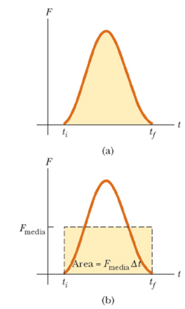
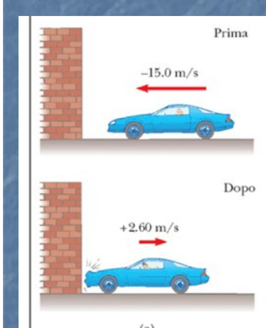


FIGURA 8.4 (a) La forza risultante agente su una particella può variare col tempo. L'impulso è dato dalla area sotto la curva forza-tempo. (b) La forza media (*linea tratteggiata orizzontale*) imprime alla particella lo stesso impulso nel tempo Δt della forza variabile nel tempo descritta in (a). L'area del rettangolo è uguale all'area definita dalla curva.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Forze impulsive: quando la forza agisce per brevi intervalli di tempo e assume valori Molto elevati (rispetto alle altre forze che possono essere applicate al sistema). Esempio Mazza che colpisce una palla da baseball. Le forze scambiate sono >> rispetto per esempio alla forza di gravità e quindi quest'ultima può essere trascurata.



Una macchina di 1500 kg urta il muro. La velocità cambia come in figura e la collisione dura 0.15 s. Trovare l'impulso e la forza media.

$$\vec{\mathbf{p}}_i = m\vec{\mathbf{v}}_i = (1\,500\text{ kg})(-15.0\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}) = -2.25\times10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\vec{\mathbf{p}}_f = m\vec{\mathbf{v}}_f = (1\,500\text{ kg})(2.60\hat{\mathbf{i}}\text{ m/s}) = 0.390\times10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\vec{\mathbf{I}} = \Delta\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i \qquad \vec{\mathbf{I}} = 2.64\times10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Per il teorema dell'impulso **I=Δp e Δp=F**$_{media}$Δt

$$\vec{\mathbf{F}}_{media} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{2.64\times10^4\hat{\mathbf{i}}\text{ kg}\cdot\text{m/s}}{0.150\text{ s}} = 1.76\times10^5\hat{\mathbf{i}}\text{ N}$$

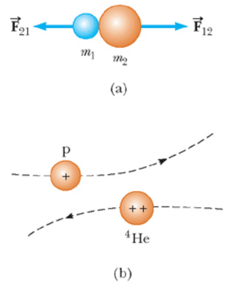


FIGURA 8.7 (a) Una collisione fra due corpi come risultato di un contatto diretto (b) Un "urto" fra due particelle cariche che non vengono a contatto.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

URTI

Assumiamo che le forze scambiate durante l'urto siano >> altre forze (approssimazione d'impulso).

Forze interne (quantità di moto si conserva) mentre in generale non si conserva l'energia cinetica (viene trasformata in calore).

Urti elastici: si conserva l'energia cinetica e la quantità di moto.

Urti anelastici: si conserva solo la quantità di moto.
Urti perfettamente anelastici (dopo l'urto i due oggetti rimangono uniti).

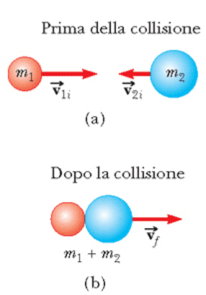


FIGURA 8.8 Una collisione frontale perfettamente anelastica fra due particelle (a) prima della collisione e (b) dopo la collisione.

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Urti perfettamente anelastici in una dimensione.

Conservazione della quantità di moto:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Conoscendo le masse e le velocità iniziali, possiamo calcolare la velocità finale.

Urti elastici in una dimensione

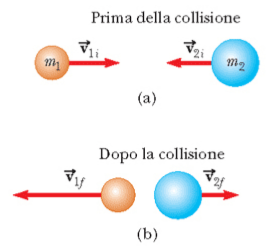


FIGURA 8.9 Una collisione frontale elastica fra due particelle (a) prime dell'urto e (b) dopo l'urto.

1 Conservazione p $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$

2 Conservazione K $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$

Separiamo i termini che contengono m_1 e m_2 nella 2.

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \quad *$$

Separiamo i termini che contengono m_1 e m_2 nella 1.

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \quad **$$

Dividiamo */** e otteniamo

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \rightarrow v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Velocità relativa prima dell'urto= velocità relativa dopo l'urto cambiata di segno)

Se conosciamo le masse e le velocità iniziali, possiamo risolvere le 1 e 2 (due equazioni e 2 incognite):

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

Vari casi:

a) $m_1=m_2$ $v_{1f}=v_{2i}$ e $v_{2f}=v_{2i}$ cioè le due particelle si scambiano le velocità.

b) Se m_2 è inizialmente in quiete:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i}$$

Allora se $m_1>>m_2$ $v_{1f} \approx v_{1i}$ $v_{2f} \approx 2v_{1i}$

La particella massiva continua indisturbata e la particella leggera rimbalza con velocità doppia rispetto alla velocità della particella massiva.

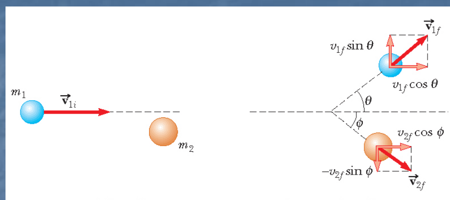
c) Se $m_2>>m1$ e m2 inizialmente in quiete,

Cioè la particella leggera torna indietro e la particella massiva rimane in quiete.

$$v_{1f} \approx -v_{1i} \text{ e } v_{2f} \approx 0$$

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Urti in due dimensioni:



(a) Prima della collisione (b) Dopo la collisione

Conservazione della quantità di moto nelle due dimensioni:

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$
$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

Applichiamola al caso in figura

componente x: $m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f}\cos\theta + m_2 v_{2f}\cos\phi$

componente y: $0 + 0 = m_1 v_{1f}\,\mathrm{sen}\theta - m_2 v_{2f}\,\mathrm{sen}\phi$

Se l'urto è elastico: $\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$

EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

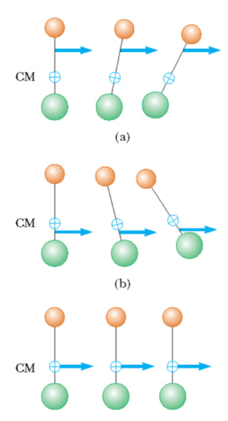


FIGURA 8.13 Due particelle di massa differente sono connesse da una sottile barra rigida. (a) Il sistema ruota in senso orario quando una forza è applicata fra la particella con minor massa e il centro di massa. (b) Il sistema ruota in senso antiorario quando una forza è applicata fra la particella con maggior massa e il centro di massa. (c) Il sistema si muove nella direzione della forza senza rotazione quando una forza è applicata al centro di massa.

Centro di massa

Vedremo che il centro di massa si muove come se tutta la massa del sistema fosse concentrata in esso e come se tutte le forze esterne agissero su di esso.

Nel caso delle due particelle collegate da una barretta di massa trascurabile

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Se x1=0, x2=d, m2=2m1, Xcm=(2/3)d

Per n particelle

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

EdiSES

Ovviamente una definizione analoga vale per y e z:

$$y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} \qquad z_{CM} = \frac{\sum_i m_i z_i}{M}$$

Inoltre si può facilmente mostrare che la posizione del centro di massa può essere espressa anche tramite il vettore posizione del centro di massa:

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} = x_{CM}\hat{\mathbf{i}} + y_{CM}\hat{\mathbf{j}} + z_{CM}\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{M}$$

Dove : $\vec{\mathbf{r}}_i \equiv x_i\hat{\mathbf{i}} + y_i\hat{\mathbf{j}} + z_i\hat{\mathbf{k}}$

EdiSES

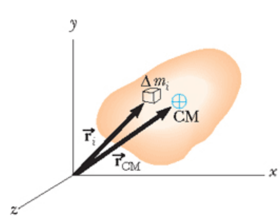


FIGURA 8.15 Un corpo esteso può essere considerato come una distribuzione di piccoli elementi di massa Δm_i. Il centro di massa del corpo è determinato dal vettore posizione $\vec{\mathbf{r}}_{CM}$, di coordinate x_{CM}, y_{CM}, e z_{CM}.

EdiSES Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Centro di massa di un corpo esteso

$$x_{CM} \approx \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M}$$

$$x_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M} = \frac{1}{M}\int x\, dm$$

Formule analoghe per le direzioni y e z.

Il centro di massa di un corpo omogeneo e simmetrico si deve trovare su un asse di simmetria.

Il centro di massa coincide con il centro di gravità di un sistema se **g** è costante.

Ogni porzione del sistema è soggetto alla forza di gravità. L'effetto risultante di tutte queste forze è equivalente all'effetto di una singola forza (M**g**) applicata al centro di gravità o baricentro.

EdiSES

Esempio: calcolo del centro di massa di una barra omogenea.

Si dimostri che il centro di massa di una barretta di massa M e lunghezza L coincide con il suo punto medio se la densità lineare (massa per unità di lunghezza) è costante.

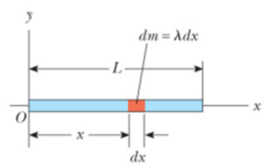


Figura 9.19 (Esempio 9.11) La geometria utilizzata per trovare il centro di massa di una sbarretta omogenea.

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Moto di un sistema di particelle:

$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{CM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i = \sum_i \vec{\mathbf{p}}_i = \vec{\mathbf{p}}_{\mathrm{tot}}$$

La quantità di moto totale del sistema è uguale alla massa totale moltiplicata per la velocità del centro di massa.

Oppure: la quantità di moto totale del sistema è uguale a quella di una singola particella di massa M che si muove con la velocità del centro di massa

Deriviamo ancora la velocità del centro di massa:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{v}_i$$

Otteniamo:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{a}_i$$

Che possiamo riscrivere come:

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

Forze Interne

[redacted] Forze esterne

Fi è la forza risultante che agisce sulla i-sima particella. La sommatoria è sulle i particelle

EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

Quale è la caratteristica delle forze interne?

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\rightarrow \quad \sum \vec{F}_{est} = M\vec{a}_{CM}$$

Il centro di massa del sistema si muove come una immaginaria particella in cui sia concentrata tutta la massa del sistema e sia soggetto solo alle forze esterne.

Nel caso che non ci siano forze esterne applicate:

$$\sum \vec{F}_{est} = M\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = M\vec{a}_{CM} = 0$$

$$\vec{p}_{tot} = M\vec{v}_{CM} = \text{costante} \quad \left(\text{quando } \sum \vec{F}_{est} = 0\right)$$

Conservazione della quantità di moto applicata al sistema di particelle

EdiSES

FIGURA 8.20 Fotografia stroboscopica che mostra una vista dall'alto di una chiave inglese in moto su una superficie orizzontale. Il centro di massa della chiave (segnato da un punto bianco) si muove in linea retta mentre la chiave ruota intorno a questo punto. La chiave si muove da sinistra verso destra nella fotografia e rallenta a causa del'attrito fra la chiave e la superficie (*Nota*: La distanza diminuisce fra i punti bianchi).

(Richard Megna, Fundamental Photographs)

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

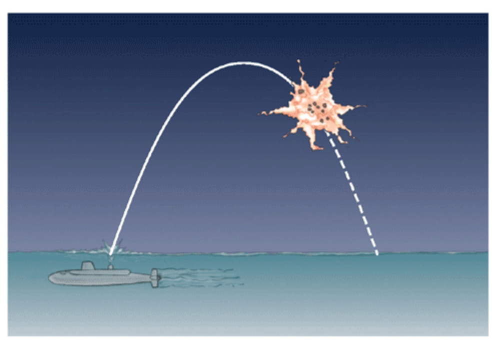


FIGURA 8.22 (Esempio 8.13) Quando un proiettile esplode in diversi frammenti, dove andrà a finire il centro di massa dei frammenti?

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

Serway, Jewett – Principi di Fisica, IV Ed. – Capitolo 8

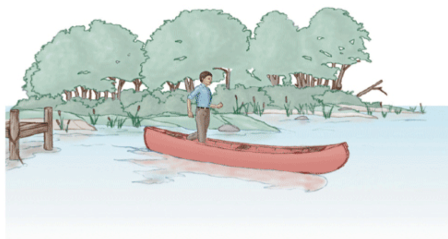


FIGURA 8.21 (Fisica ragionata 8.1) A boy takes a step in a canoe. What happens to the canoe? ???????

Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES